

LE TANGRAM ET L'ALGÈBRE

Introduction

Commencer l'étude de l'algèbre avec des enfants de 11 à 13 ans présente souvent des difficultés. Utiliser les lettres est une abstraction très délicate pour beaucoup. Se servir du Tangram donne un support visuel qui permet de se représenter "a". La lettre peut alors, dans ce cas, prendre du sens...

De plus, il est fort intéressant que chacun puisse s'exercer individuellement sur les connaissances découvertes par le groupe. On veillera donc à alterner les séquences de travail de groupe et la réflexion individuelle. Cette façon de faire a le double avantage de mettre en confiance les apprenants et de permettre à tous de s'approprier assez facilement une ou des formules. Chacun pourra accrédi-ter les bonnes écritures ou rejeter les mauvaises formules. Que les élèves se rendent compte que chacun peut, en définitive, jongler avec les lettres. Il suffit de respecter quelques règles... Voilà qui est de bonne augure pour l'avenir.

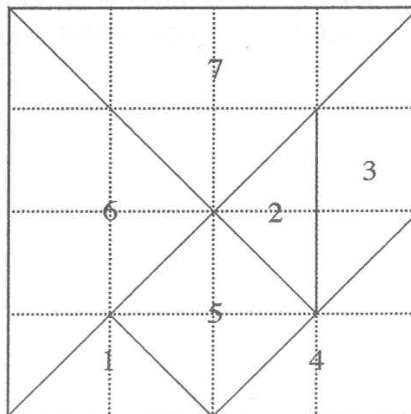
Cette démarche se présente comme étant une charnière entre le travail numérique et algébrique. Il serait donc souhaitable que les élèves aient déjà travaillé sur des exercices de remplacement simples et que les formules d'aire des principales surfaces planes aient été construites ou redécouvertes.

Déroulement

Etape 1 : Travail individuel

Dessine le Tangram sur ta feuille et découpe-le. Avec les différents morceaux, tu pourras construire des formes bizarres. Vas-y et dessine-les.

(Notons que les dessins du Tangram sont de dimensions différentes pour chaque élève. Il faut éviter l'amalgame entre "a" et une valeur bien définie. Pour ce faire, le professeur pourrait aussi distribuer des feuilles avec des tangrams de dimensions différentes.)



Etape 2 : (Individuelle d'abord, en groupe ensuite, choisir 1 tangram pour appliquer la consigne)

Agencez ces 7 formes sur une feuille pour qu'elles représentent, 1 terrain le plus grand possible. Les formes doivent se toucher par, au moins, 1 côté. Calculez l'aire et le périmètre de ton terrain. Comparez les trouvailles et tirez la ou les conclusions ! (Les élèves visitent chaque groupe...) (Le travail numérique montre l'égalité des aires et les différents périmètres. De plus, le calcul des aires de différentes formes planes est mis en évidence)

Etape 3 : Travail individuel

Appelons "a" le côté d'un carré du quadrillage. En fonction de "a", calcule l'aire de chaque pièce. Tu utiliseras les formules usuelles et tu compteras les carrés et demi-carrés. *Un indice peut-être donné :* Pièce 1 : $\frac{2axa}{2}$ ou $\frac{2xa^2}{2}$ ou $\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}$

Etape 4 : Travail par groupe

Collectionnez de façon logique toutes les bonnes formules. (Il est intéressant de constater que la plupart des groupes forment, à ce propos, un tableau à double entrée).

Etape 5 : Toujours en groupe

En vous servant des différentes formules trouvées, formez un maximum d'égalités. Notez-les sur des bandes de papier et affichez-les au tableau si elles sont différentes de celles déjà trouvées. (Si nécessaire, une égalité est présentée comme indice aidant à la recherche).

Le professeur peut aussi inciter à la vérification de certaines égalités... On peut alors placer les bonnes à droite et les mauvaises à gauche. On obtient alors une "banque" de formules facilement exploitables un peu plus tard... ou beaucoup plus tard... suivant l'évolution de nos enfants... ici, rien ne doit être précipité.

Exemples :

$$2 \cdot \frac{a^2}{2} = a^2 \quad \text{ou} \quad 2a \cdot \frac{a}{2} = 2 \cdot \frac{a^2}{2} \quad \text{ou} \quad 2a \cdot \frac{a}{2} = a^2 \quad \text{ou} \quad \dots$$

Nous nous trouvons ici au cœur de la mathématique. Il s'agit de prendre conscience de la diversité des chemins qui mènent à l'abstraction. Faire écrire et verbaliser les différents chemins (métacognition) est une activité de différenciation qui permet à certains élèves de s'appropriier les cheminements d'autrui qui font le plus sens pour eux.

Etape 6 :

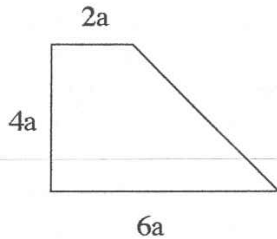
Calculez en fonction de "a", l'aire et le périmètre du Tangram en montrant comment vous arrivez à la réponse.

N.B. : "montrer" laisse la porte ouverte à toutes les façons de faire.

Exemples:

$$4a \cdot 4a = 16 a^2 \quad \text{ou} \quad a^2+a^2+a^2+a^2=4a^2 \quad \text{et} \quad 4a^2 \times 4 = 16a^2 \quad \text{ou} \dots$$

Etape 7 :



En utilisant "a" au maximum, calculez l'aire de ce trapèze. A-t-il la même aire que le Tangram ?
Ce trapèze peut-il être construit avec les morceaux du puzzle ?

(Les étapes 6-7 feront l'objet d'une recherche par groupe et d'une mise en commun)

Etape 8 : Par groupe

De la même façon, calculez si c'est possible le périmètre de ce trapèze.
Les enfants doivent imaginer un "moyen"(*) pour utiliser les diagonales des carrés de côté "a"

(*) Voici ce qui a déjà été proposé par les élèves :
J'appelle c la diagonale des carrés (remarquons que la consigne indique d'utiliser a au maximum mais n'interdit guère l'introduction d'une autre lettre!)
Je mesure la diagonale (Si $a=4$ alors la diagonale vaudra +/- 5,66!)
La diagonale correspond au tiers de mon crayon. (Voici l'occasion de comparer les différentes méthodes afin de dégager la plus exacte... ou la plus universelle!)

Etape 9 : Individuellement

Avec le puzzle, reconstituez sur une feuille la forme bizarre du début (Etape 1), dessinez-la. Sur une feuille différente, pouvez-vous en calculer l'aire et le périmètre ? (En utilisant b comme longueur du côté du carré).

On échange sa forme bizarre avec celle du voisin de derrière. On calcule l'aire des dessins proposés. Ensuite, on compare, on discute, on corrige. Les formes seront exposées avec leurs solutions.

Etape 10 : Cette étape pourrait se placer après l'étape 6 à condition que le professeur sente ses élèves prêts à l'accepter. Dans l'autre cas, on peut achever cette séquence plus tard lorsque d'autres exercices auront été résolus.

D'abord individuellement

En observant la "banque" des égalités, trouvez des règles (**) pour travailler en algèbre. Vous utiliserez les mots suivants : terme, facteur, exposant, coefficient, partie littérale, puissance, addition, soustraction, multiplication, division... et d'autres termes du vocabulaire mathématique.

Le professeur peut présenter une feuille ressource donnant des définitions ou des exemples de tous ces termes. On fera un rapport de toutes les trouvailles devant la classe.

(**) Voici un exemple de trouvaille

$$2a \cdot \frac{a}{2} = 2 \frac{a^2}{2}$$

On peut multiplier des facteurs littéraux semblables et on constate que : $a \cdot a = a^2$...

N.B. Il serait intéressant, qu'au minimum, la banque de formules et les règles trouvées figurent dans le cahier. Lors de démarches complémentaires, il sera utile de revenir en arrière et de relire certaines trouvailles faites alors ! Personnellement je trouve même très intéressant de construire un "panneau" qui sera affiché dans la classe. Il reprendra les principales formules ainsi que les règles trouvées. Les élèves auront alors un repère permanent devant les yeux. Ce référentiel pourra d'ailleurs toujours être complété.

On peut également leur fournir des feuilles photocopées ou des livres leur montrant la théorie, des définitions... Se servir de ces outils mathématiques peut les aider à verbaliser de façon plus précise (plus professionnelle) leur pensée. On va donc dans les livres pour s'aider et non plus pour étudier par cœur.

Prolongement possible

Côté a \longrightarrow Aire de la forme 6 = $\frac{4a \cdot 2a}{2} = \frac{8a^2}{2} = 4a^2$

Côté 2a \longrightarrow Aire de la forme 6 =

Côté 4a \longrightarrow Aire de la forme 6 =

Côté 8a \longrightarrow ...

Découverte de l'algorithme...

Démarche inspirée du livre Math1 Didier HATHIER

*Une autre application du jeu Tangram au cours
de religion, de philosophie, de morale...*

Quels objectifs visons-nous ?

- La communication et la compréhension des symboles.
- Clef pour décoder le manque de communication.
- Exercice pour apprendre à mieux comprendre le point de vue de l'autre.

Présentation très brève du jeu par le professeur. Le jeu contient les pièces du Tangram et des modèles de formes réalisables.

Désignation de deux élèves qui se placent au centre de la classe en se tournant le dos. Le premier possède les fiches de solutions et choisit une des nombreuses formes expliquées. L'autre, qui possède les fiches sans les traits de solutions, va tenter de réaliser la forme désignée avec les pièces du Tangram. Le reste de la classe observe ce qui se passe.

1^{er} essai :

L'élève qui réalise la forme veut agir seul, l'autre se tait ou donne des indications très vagues, on s'énerve... (cela peut durer jusqu'à 5 minutes).

Exemples : Après un long silence et un constat d'échec :

- "Mais tu la fais comment ta forme ?"
- "Bon, tu prends le carré et tu le places à gauche du triangle."
- "Où ? Et puis quel triangle ?" - "Le grand."
- "Oui mais où, à gauche ? Ma gauche n'est pas la tienne !"
- "Au-dessus, à gauche, côté fenêtre !" - "Oui mais tu le places comment ton triangle ?"
- "Tout le monde parle en même temps ici !"

2^{ème} essai :

On commence à donner un nom aux choses : un triangle est composé de deux côtés et d'une hypoténuse, l'angle droit peut être placé de quatre manières différentes... un dialogue s'établit peu à peu. Le parallélogramme est difficile à placer.

On apprend à se situer dans l'espace, à tenir compte de la parole de l'autre.

3^{ème} essai :

Le nom et la manière de disposer chaque pièce se précisent. Chacun prend ses points de repères.

4^{ème} essai :

Les élèves s'organisent très bien et le dialogue s'est beaucoup amélioré :

- "Tu prends d'abord le grand triangle et tu places l'angle droit en bas à droite, ensuite tu places le carré en bas, le long de l'hypoténuse..."
- "D'accord, et ensuite ?"

On commence à se rendre compte de l'importance de l'écoute. Les spectateurs prennent aussi conscience qu'ils doivent se taire sinon ils embrouillent tout.

La forme est réalisée en moins de trois minutes.

Deux nouveaux élèves sont désignés et une évaluation est faite après chaque essai. Le temps diminue à chaque fois !

Des conclusions sont tirées :

- Ecoute, confiance, bonne entente ; utilisation des mots précis, cela vaut mieux que s'énerver. On apprend à mettre des mots sur des idées et des sentiments.
- C'est aussi la communication au service de la lutte contre la violence. Mieux on s'explique et plus la tension baisse.
- Cela améliore la cohésion et la compréhension mutuelle dans un groupe.

Pierre CAPIEAUX et Christian PIERARD